

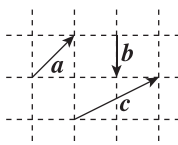
# 单元素养测评卷(一)

## 第9章

(时间:120分钟 分值:150分)

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 向量  $a, b, c$  在正方形网格中的位置如图所示.



若向量  $\lambda a + b$  与  $c$  共线,则实数  $\lambda =$  ( )

- A. -2                      B. -1  
C. 1                         D. 2

2. 已知向量  $a = (1, -2)$ ,  $|b| = 4|a|$ ,  $a \parallel b$ , 则  $b$  的坐标可能是 ( )

- A. (4, 8)                    B. (8, 4)  
C. (-4, -8)               D. (-4, 8)

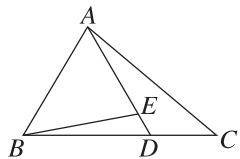
3. 设向量  $a = (1, -3)$ ,  $b = (-2, 4)$ ,  $c = (-1, -2)$ , 若表示向量  $4a, 4b - 2c, 2(a - c), d$  的有向线段依次首尾相连能构成四边形, 则向量  $d$  等于 ( )

- A. (2, 6)                    B. (-2, 6)  
C. (2, -6)                 D. (-2, -6)

4. 已知  $a = (2, 3)$ ,  $b = (-4, 7)$ , 则向量  $a$  在  $b$  上的投影向量是 ( )

- A.  $\frac{\sqrt{65}}{5}$                       B.  $\frac{\sqrt{13}}{5}$   
C.  $(-\frac{4}{5}, \frac{7}{5})$                 D.  $(\frac{2}{5}, \frac{7}{5})$

5. [2024·温州中学高一月考] 如图, 在  $\triangle ABC$  中, 设  $\overrightarrow{AB} = a$ ,  $\overrightarrow{AC} = b$ ,  $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{DC}$ ,  $\overrightarrow{AE} = 4\overrightarrow{ED}$ , 则  $\overrightarrow{BE} =$  ( )



- A.  $\frac{11}{15}a - \frac{8}{15}b$                 B.  $\frac{2}{3}a - \frac{8}{15}b$   
C.  $-\frac{11}{15}a + \frac{8}{15}b$              D.  $-\frac{2}{3}a + \frac{8}{15}b$

6. 已知向量  $a = (1, \sqrt{3})$ ,  $b = (3, m)$ , 若向量  $a, b$  的夹角为  $\frac{\pi}{6}$ , 则实数  $m$  的值为 ( )

- A.  $2\sqrt{3}$                   B.  $\sqrt{3}$                     C. 0                        D.  $-\sqrt{3}$

7. 已知两个大小相等的共点力  $F_1, F_2$ , 当它们的夹角为  $90^\circ$  时, 合力大小为 20 N, 则当它们的夹角为  $120^\circ$  时, 合力大小为 ( )

- A. 40 N                    B.  $10\sqrt{2}$  N              C.  $20\sqrt{2}$  N              D.  $40\sqrt{2}$  N

8. 在  $\triangle ABC$  中, 已知  $(\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} + \frac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|}) \cdot \overrightarrow{BC} = 0$ , 且  $\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} \cdot \frac{\overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BC}|} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ , 则  $\triangle ABC$  是 ( )

- A. 三边互不相等的三角形    B. 等边三角形  
C. 等腰直角三角形            D. 顶角为钝角的等腰三角形

二、选择题:本题共3小题,每小题6分,共18分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得6分,部分选对的得部分分,有选错的得0分.

9. 设  $e_1, e_2$  是平面内的一组基底, 则下面的四组向量能构成平面内的一组基底的是 ( )

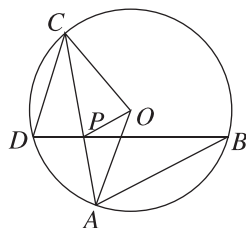
- A.  $2e_1 + e_2$  和  $e_1 - e_2$             B.  $3e_1 - e_2$  和  $2e_2 - 6e_1$   
C.  $e_1 + 3e_2$  和  $e_2 + 3e_1$             D.  $e_1$  和  $e_1 + e_2$

10. 已知  $a, b$  是单位向量, 且  $a + b = (1, -1)$ , 则 ( )

- A.  $|a + b| = 2$   
B.  $a$  与  $b$  垂直  
C.  $a$  与  $a - b$  的夹角为  $\frac{\pi}{4}$   
D.  $|a - b| = 1$

11. [2024·南京外国语学校高一月考] “圆幂定理”是平面几何中关于圆的一个重要的总结性定理, 包含三个定理以及它们推论的统一与归纳, 其中一个定理是相交弦定理: 圆内的两条相交弦, 被交点分成的两条线段长的积相等. 如图, 已知圆  $O$  的半径为 2, 点  $P$  是圆  $O$  内的定点, 且  $OP = \sqrt{2}$ , 弦  $AC, BD$  均过点  $P$ , 则下列说法正确的是 ( )

- A.  $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PC}$  为定值  
B.  $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC}$  的取值范围是  $[-2, 0]$   
C. 当  $AC \perp BD$  时,  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$  为定值  
D. 当  $AC \perp BD$  时,  $|\overrightarrow{AC}| \cdot |\overrightarrow{BD}|$  的最大值为 12



三、填空题:本题共3小题,每小题5分,共15分.

12. [2024·菏泽一中高一月考] 已知向量  $a = (-1, 2)$ ,  $b = (1, t)$ , 若  $(a + 2b) \perp a$ , 则实数  $t =$  \_\_\_\_\_.

13. 在  $\triangle ABC$  中,  $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{MB}$ ,  $P$  是  $MC$  的中点, 若  $\overrightarrow{AP} = \lambda_1 \overrightarrow{AB} + \lambda_2 \overrightarrow{AC}$ , 则  $\lambda_1 + \lambda_2 =$  \_\_\_\_\_.

14. 已知点  $A, B, C$  均位于同一单位圆  $O$  上, 且  $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = |\overrightarrow{AB}|^2$ , 若  $\overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{PC} = 3$ , 则  $|\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC}|$  的取值范围为 \_\_\_\_\_.

四、解答题:本题共5小题,共77分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (13分)[2024·江阴四校高一期中] 已知  $a, b, c$  是同一平面内的三个向量,  $a = (1, 2)$ .

(1) 若  $c$  为单位向量, 且  $c \parallel a$ , 求  $c$  的坐标;

(2) 若  $|b| = \frac{\sqrt{5}}{2}$ , 且  $a + 2b$  与  $2a - b$  垂直, 求  $a$  与  $b$  的夹角  $\theta$  的大小.



16. (15分)[224·江苏盐城高一期中] 在平行四边形  $ABCD$  中,  $AB=2, AD=1, \angle BAD=120^\circ$ . 求:
- (1)  $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$  的值;
  - (2)  $\cos \angle BAC$  的值.

17. (15分) 已知力  $F$  (方向斜向上) 与水平方向的夹角为  $30^\circ$ , 大小为  $50\text{ N}$ , 一个质量为  $8\text{ kg}$  的木块受力  $F$  的作用在动摩擦因数  $\mu=0.02$  的水平平面上运动了  $20\text{ m}$ . 力  $F$  和摩擦力  $f$  所做的功分别为多少? (取重力加速度的大小为  $10\text{ m/s}^2$ )

18. (17分) 在平面直角坐标系中, 已知点  $A(1,4), B(-2,3), C(2,m)$ .
- (1) 若  $A, B, C$  三点共线, 求实数  $m$  的值.
  - (2) 若  $\triangle ABC$  是锐角三角形, 求实数  $m$  的取值范围.
  - (3) 是否存在实数  $m$ , 使得  $\vec{AB}$  在  $\vec{AC}$  上的投影向量是  $\frac{1}{13}\vec{AC}$ ? 若存在, 请求出实数  $m$  的值; 若不存在, 请说明理由.

19. (17分) 如图, 在  $\triangle ABC$  中, 点  $D, E$  分别是  $BC, AB$  的中点, 点  $F$  是线段  $BD$  上靠近点  $B$  的三等分点,  $AF$  交  $ED$  于点  $G, EC$  交  $AD$  于点  $O$ .
- (1) 用  $\vec{AB}$  和  $\vec{AD}$  表示  $\vec{AF}$ ;
  - (2) 若  $\vec{EG}=\lambda\vec{ED}$ , 求实数  $\lambda$  的值;
  - (3) 过点  $O$  的直线与线段  $AE, CD$  (均不含端点) 分别交于点  $S, T$ , 设四边形  $DEST$  的面积为  $S_1$ , 梯形  $AEDC$  的面积为  $S_2$ , 求  $\frac{S_1}{S_2}$  的最小值.

